

线性代数 课程教学大纲

Course Outline

课程基本信息 (Course Information)					
课程代码 (Course Code)	MA236	*学时 (Credit Hours)	80	*学分 (Credits)	5
*课程名称 (Course Title)	(中文) 线性代数				
	(英文) Linear Algebra				
*课程性质 (Course Type)	必修				
授课对象 (Target Audience)	致远本科生				
*授课语言 (Language of Instruction)	中英双语				
*开课院系 (School)	数学科学学院				
先修课程 (Prerequisite)	无				
授课教师 (Instructor)	武同锁	课程网址 (Course Webpage)	http://zhiyuan.sjtu.edu.cn/courses/1247		
*课程简介 (Description)	<p>本课程是为致远学院开设的代数课程, 主要包含线性代数(含一元多项式理论)的基本内容。通过本课程的教学, 使学生掌握线性代数与多项式的基本理论、思想与方法, 使学生的计算能力和抽象思维能力得到系统的训练和提高, 为进一步学习其它专业课程奠定坚实的代数基础。在教学过程中既强调一定的抽象性, 又特别注意结合具体的应用例子来理解代数学的数学思想、思维方法和技巧, 注意介绍本课程与其他学科的联系, 以及介绍最新的科研成果以开阔同学的视野。此外, 在教授代数学知识的同时, 注重培养能力, 注重对于学生数学逻辑思维的培养; 让学生在学的过程中体会到数学思维的奥妙与乐趣, 培养浓厚的学习研究的兴趣; 使学生能够在后续的相关学科理论的学习以及今后的工作中, 灵活运用相关知识。</p>				
*课程简介 (Description)	<p>This course is designed for students of Zhi Yuan College at SJTU, whose major is Biology /Chemistry/Computer Science /Physics. The contents include the basics of linear algebra and division theory (include polynomials and integers). The aim is to establish a solid foundation for possible further studies as well as applications, emphasizing algebraic structures of linear space and linear transformations by introducing some proper concepts and a rich variety of examples. Furthermore, during the course, we will pay attention to the training on students' mathematical logic and, help them realize the mystery and fun of mathematic at the same time. The aim is to assure that they can use linear algebra (including matrix theory) freely in their further studies or future careers after taking the course.</p>				

*学习目标(Learning Outcomes)

第一章 预备知识 (8 学时)

- 1.1 数域：概念与例子
- 1.2 复数：基本运算 (含共轭)、平面表示、欧拉定理
- 1.3 充分必要条件与反证法
- 1.4 一元多项式
 - 1.4.1 带余除法、整除
 - 1.4.2 gcd 与 lcm：互素与整除
 - 1.4.3 素多项式与不可约多项式；复数域、实数域上的不可约多项式

第二章. 数环上的矩阵与 Gauss 消元法(19 课时)

- 2.1. 数环与数域 (定义及例子)；利用 Gauss 消元 (即初等行变换) 法解一般线性方程组 (有解的判断；求解。只介绍方法，不涉及秩的概念)；矩阵概念以及线性方程组的矩阵表达；方程组的 Gauss 消元以及矩阵的初等行变换比较；矩阵的标准阶梯型 (2 学时)
- 2.2. 利用行、列初等变换矩阵的标准型；矩阵的运算 (加法、数乘、乘法、转置、*运算)：定义、实例及性质；初等行、列变换与初等矩阵；分块矩阵与矩阵乘法的定义。(4 学时)
- 2.3. 分块矩阵(续)；方矩阵的可逆性判断(标准型)与逆矩阵的求法(Gauss 消元法) (4 学时)
- 2.4. 向量：矢量的简单介绍 (鼓励同学自学有关内容)；向量与向量；与矩阵的关系；矩阵的行、列向量组；由列向量组成的线性空间概念及例子 ($F^{n \times 1}$ ； $AX=0$ 的解空间； A 的列向量张成的线性空间)；向量组的线性相关性 (无) 关性与极大无关组 (4 学时)
- 2.5. 向量组的秩与矩阵的秩 (行秩等于列秩) (3 学时)
- 2.6. 基础解系与方程组的通解 (2 学时)

第三章. 行列式 (8 学时)

- 3.1. 矢量的点积、叉积与混合积；行列式应用举例 (面积与体积的计算) (2 学时)
- 3.2. 行列式的定义 (利用关于行的三条性质用映射的观点给出公理化定义) 与行列式的性质 (2 学时)

3.3. 行列式的计算举例 (本部分内容与 Gauss 消元法有密切联系) (2 学时)

3.4. 行列式按行展开与 Cramer 法则介绍 (2 学时)

第四章. 矩阵的相似对角化(16 学时)

4.1 相似于对角阵的矩阵的判定; 特征值与特征向量: 计算与性质 (2 学时)

4.2 特征子空间; 特征多项式的性质 (矩阵的迹等于特征值之和; 矩阵的行列式等于特征值之积; $f(A)$ 的全部特征值为 $f(\lambda_1), f(\lambda_2), \dots, f(\lambda_n)$.) (2 学时)

4.3 矩阵的化零多项式: Hamilton-Caylay 定理以及应用举例; (2 学时)

4.4 Jordan 标准型介绍; 最小多项式(自学)

4.5 欧氏空间 \mathbf{R}^n 与酉空间 \mathbf{C}^n : 内积, 长度, 夹角; Cauchy 不等式及其证明; Schmidt 正交化; (2 学时)

4.6 Schur 引理; 正交矩阵 (酉矩阵) 与极大标准正交向量组; 实对称阵与 Hermite 阵. 正规阵与酉相似; 实对称矩阵正交相似于实对角阵; 小二乘法与 SVD (8 学时)

第五章. 二次型 (共 6 学时)

5.1 二次型与双线性型 (用变量的正交线性替换将二次型为标准形; 对应的是直角坐标变换); 介绍二次曲线与二次曲面的分类 (2)

5.2 惯性定理; 正定二次型: 正定矩阵的描述与应用; ; 二次型与有限维欧式空间上内积的一致性; (4)

第六章. 线性空间 (共 12 学时)

6.1 定义及例子; 基、维数与坐标: 强调同一个实空间上 {基全体} 与 {可逆矩阵} 的一一对应; 基变换下的相应坐标变换 (3)

6.2 子空间的交与和: 第一维数公式; 子空间的生成问题 (2)

6.3 抽象欧氏空间: 强调同一个实空间上 {内积} 与 {正定矩阵} 之间的一一对应 (3)

6.4 线性空间与欧氏空间的同构 (2)

6.5 酉空间: 标准正交基与酉矩阵 (正交矩阵) (2)

第七章. 线性变换 (共 11 学时)

7.1 线性变换的定义、例子及性质; (2)

7.2 线性变换与方阵的一一对应; 可逆线性变换与可逆矩阵的一一对应 (代数同构); 实空间上的 {投影变换} (projection) 与 {满足 $A^2=A$ 的实对称矩阵 A } 之间的一一对应 (4)

	7.3 不变子空间：值域、核与根子空间；根子空间直和分解（3） 7.4 正交变换与正交矩阵：代数意义与几何意义（2）					
*教学内容、进度安排及要求 (Class Schedule & Requirements)	教学内容	学时	教学方式	作业及要求	基本要求	考查方式
	第一章 预备知识	8	授课	随堂作业	预习、复习与作业	
	第二章 数环上的矩阵与 Gauss 消元法	19	授课	随堂作业	预习、复习与作业	
	第三章 行列式	8	授课	随堂作业	同上	大约在第十周期中考试（考察内容为前三章）
	第四章 方阵的相似对角化	16	授课	随堂作业	同上	
	第五章 二次型	6	授课	随堂作业	同上	
	第六章 线性空间	12	授课	随堂作业	同上	
	第七章 线性变换	11	授课	随堂作业	同上	期末测试
*考核方式 (Grading)	30%为平时成绩（平时作业与课堂、课下 表现等） 20%为期中考试成绩 50%为期末考试成绩					
*教材或参考资料 (Textbooks & Other Materials)	教材： 蓝以中编，简明高等代数（上、下册）（以上册为主，同时添加部分下册内容） 参考书： 1. 武同锁等编著，高等代数解题方法与技巧，上海交大出版社（2016年5月第一版） 2. 陆少华等编著《大学代数》，上海交通大学出版社，2001年4月第一版 3. 北大王萼芳 石生明 编著《高等代数》(第三版) 4. Gilbert Strong. Linear Algebra and its Applications. 4ed（英文版，2006. 机械工业出版社）（Gilbert 是 MIT 名教授）					
其它 (More)						
备注 (Notes)						

备注说明：

1. 带*内容为必填项。
2. 课程简介字数为 300-500 字；课程大纲以表述清楚教学安排为宜，字数不限。