

随机过程课程教学大纲

课程基本信息 (Course Information)					
课程代码 (Course Code)	MA356	*学时 (Credit Hours)	48	*学分 (Credits)	3
*课程名称 (Course Name)	(中文) 随机过程				
	(英文) Stochastic processes				
课程性质 (Course Type)	本科生专业选修课				
授课对象 (Audience)	数学科学学院的应用数学、概率统计等专业大三学生				
授课语言 (Language of Instruction)	中文				
*开课院系 (School)	数学科学学院				
先修课程 (Prerequisite)	概率论 (随机变量, 分布函数, 数学期望, 方差, 协方差, 随机变量的几种收敛性), 数学分析 (一元微积分, 无穷级数, 常微分方程)				
授课教师 (Instructor)	韩东	课程网址 (Course Webpage)	无		
*课程简介 (Description)	<p>随机过程作为概率论的一个重要分支, 它是研究随机现象随时间变化的规律性的数学理论, 因此它是随机系列课程的重要组成部分。它来源于实际, 具有深刻的应用背景, 它可广泛运用于经济与管理科学、信息科学、生物科学、计算机科学以及其他工程技术领域。随机过程本身也是今后学习时间序列分析 (数理统计 II 的一部分) 和数理金融的重要基础。</p> <p>在本课程中, 我们将讨论生活中的许多非常有趣而又十分重要的随机过程, 如每天光顾一家大型超市的人数、排队系统、生灭过程等, 金融中常用的布朗运动与连续鞅, 以及工程中和控制系统中经常遇到的一类随机过程——平稳过程, 通过对它们的分析, 可以使学生进一步巩固已学过概率论基础, 结合实际问题学习随机过程可以提高学生的学习兴趣, 从而提高他们分析和处理实际问题的能力, 这种能力对大学本科生来说是必须具备的。</p>				
*课程简介 (Description)	<p>In this course, we will discuss many interesting stochastic processes in the real world, such as the daily number of the consumer of a large supermarket, the queuing system, the birth and death processes, Brownian motion and continuous martingale commonly used in finance, and the stationary processes, which is often encountered in engineering and in the control systems. One can enhance his interest on learning stochastic processes by applying them to solve the problems in the real word, which is an important ability for the undergraduate students.</p>				
课程教学大纲 (course syllabus)					

<p>*学习目标(Learning Outcomes)</p>	<p>第 1 章学习目标:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 复习概率论; (2) 掌握条件期望的定义及其性质 <p>第 2 章学习目标:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 理解随机过程的定义, 了解它的应用背景; (2) 理解有限维分布族的概念与数值特征; (3) 了解几类常见随机过程。 <p>第 3 章学习目标:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 掌握 Poisson 过程的几种等价定义; 2) 掌握 Poisson 过程间隔时间的分布; 剩余寿命与年龄的分布; 到达时间的条件分布; 3) 了解非时齐的 Poisson 过程与复合 Poisson 过程, 了解更新过程的相关理论 <p>第 4 章学习目标:</p> <p>关于离散时间 Markov 链:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 掌握由实际问题能判别其马氏性; (2) 要能熟练求出其转移概率矩阵; (3) 要能熟练判别每个状态的类型; 掌握状态空间的分解; (4) 要能熟练地求出极限分布与平稳分布 <p>关于连续时间的 Markov 链:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 要能根据实际问题分析它的齐次性和马氏性; (2) 掌握 $Q = (q_{ij})$ 的求法和概率含义; (3) 对生灭过程, 要能根据前进方程和后退方程, 求解其转移概率 $p_{ij}(t)$; (4) 熟练掌握平稳分布的求法。 <p>第 5 章学习目标:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 掌握离散鞅、下鞅、上鞅的定义, 学会判断一个过程是否为鞅; (2) 理解上鞅 (或下鞅) 的分解定理, 了解其证明; (3) 了解可选停时定理的内容, 学会运用停时定理证明一些重要的鞅不等式; (4) 了解 Doob 上穿不等式, 并运用其证明鞅收敛定理。 <p>第 6 章学习目标:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 掌握布朗运动的基本性质; (2) 了解布朗运动的轨道性质; (3) 了解布朗运动的反射原理并运用其求布朗运动的极值分布。 <p>第 7 章学习目标:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 熟练掌握均方收敛、均方连续、均方可积、均方可微、关于正交增量过程的积分、Ito 一积分的概念、判别准则及其重要性质; (2) 了解均方可积、关于正交增量过程的积分、Ito 一积分的区别; (3) 掌握 Ito 公式, 并用 Ito 公式求见一些简单的 Ito-积分;
---------------------------------	--

	<p>(4) 了解 Ito 随机微分方程的解的存在唯一性定理及其证明思路， (5) 掌握运用 Ito 公式求解线性随机微分方程；掌握 Ito 随机微分方程的解的性质</p> <p>第 8 章学习目标：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 掌握宽平稳过程的定义，并求出其均值函数和协方差函数；掌握协方差函数的基本性质；了解平稳正态马氏过程的基本特征； 2. 掌握平稳过程协方差函数的谱分解定理；掌握协方差函数与谱函数的对应关系；给出协方差函数要会求谱分布函数； 3. 掌握平稳过程本身的谱分解定理；掌握平稳过程本身与正交增量过程（谱）之间的对应关系； 4. 作为谱分解定理的应用，在线性时不变系统中，如果输入是平稳过程，要求掌握输入过程与输出过程的谱之间的关系； 5. 要求掌握利用谱分解定理对平稳过程均方遍历定理和采样定理进行证明。 																																																						
<p>*教学内容、进度安排及要求 (Class Schedule & Requirements)</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>教学内容</th> <th>学时</th> <th>教学方式</th> <th>作业及要求</th> <th>基本要求</th> <th>考查方式</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>第 1 章 预备知识</td> <td>8</td> <td>课堂教学</td> <td>习题一</td> <td>完成要求</td> <td>书面作业</td> </tr> <tr> <td>第 2 章 随机过程的基本概念与分类</td> <td>2</td> <td>课堂教学</td> <td>习题二</td> <td>完成要求</td> <td>书面作业</td> </tr> <tr> <td>第 3 章 Poisson 过程</td> <td>6</td> <td>课堂教学</td> <td>习题三</td> <td>完成要求</td> <td>书面作业</td> </tr> <tr> <td>第 4 章 Markov 过程</td> <td>15</td> <td>课堂教学</td> <td>习题四</td> <td>完成要求</td> <td>书面作业</td> </tr> <tr> <td>第 5 章 经典鞅论</td> <td>7</td> <td>课堂教学</td> <td>习题五</td> <td>完成要求</td> <td>书面作业</td> </tr> <tr> <td>第 6 章 布朗运动</td> <td>4</td> <td>课堂教学</td> <td>习题六</td> <td>完成要求</td> <td>书面作业</td> </tr> <tr> <td>第 7 章 随机分析</td> <td>12</td> <td>课堂教学</td> <td>习题七</td> <td>完成要求</td> <td>书面作业</td> </tr> <tr> <td>第 8 章 平稳过程</td> <td>10</td> <td>课堂教学</td> <td>习题 8</td> <td>完成要求</td> <td>书面作业</td> </tr> </tbody> </table> <p>大作业 13 周布置</p>	教学内容	学时	教学方式	作业及要求	基本要求	考查方式	第 1 章 预备知识	8	课堂教学	习题一	完成要求	书面作业	第 2 章 随机过程的基本概念与分类	2	课堂教学	习题二	完成要求	书面作业	第 3 章 Poisson 过程	6	课堂教学	习题三	完成要求	书面作业	第 4 章 Markov 过程	15	课堂教学	习题四	完成要求	书面作业	第 5 章 经典鞅论	7	课堂教学	习题五	完成要求	书面作业	第 6 章 布朗运动	4	课堂教学	习题六	完成要求	书面作业	第 7 章 随机分析	12	课堂教学	习题七	完成要求	书面作业	第 8 章 平稳过程	10	课堂教学	习题 8	完成要求	书面作业
教学内容	学时	教学方式	作业及要求	基本要求	考查方式																																																		
第 1 章 预备知识	8	课堂教学	习题一	完成要求	书面作业																																																		
第 2 章 随机过程的基本概念与分类	2	课堂教学	习题二	完成要求	书面作业																																																		
第 3 章 Poisson 过程	6	课堂教学	习题三	完成要求	书面作业																																																		
第 4 章 Markov 过程	15	课堂教学	习题四	完成要求	书面作业																																																		
第 5 章 经典鞅论	7	课堂教学	习题五	完成要求	书面作业																																																		
第 6 章 布朗运动	4	课堂教学	习题六	完成要求	书面作业																																																		
第 7 章 随机分析	12	课堂教学	习题七	完成要求	书面作业																																																		
第 8 章 平稳过程	10	课堂教学	习题 8	完成要求	书面作业																																																		
<p>*考核方式 (Grading)</p>	<p>平时作业（10%）+期中考试（30%）+期末考试（60%） Homework（10%）+Mid-term Exam（30%）+Final Exam（60%）</p>																																																						
<p>*教材或参考资料 (Textbooks & Other Materials)</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 应用随机过程，韩东、王桂兰、熊德文，高教出版社，2016 年版 2. Probability, Statistics, and Stochastic Processes (Peter Olofsson, John Wiley & Sons, 2005) 																																																						

	<p>3. 应用随机过程，林元烈编，清华大学出版社，2005 年版</p> <p>4. A First Course in Stochastic Processes. (S. Karlin, H.M. Taylor.) Academic Press, Inc. 1975</p>
其它 (More)	
备注 (Notes)	

备注说明：

1. 带*内容为必填项。
2. 课程简介字数为 300-500 字；课程大纲以表述清楚教学安排为宜，字数不限。