

Lecture 11 Other Forces

课前预读：《费曼物理学讲义》I：Chpt. 12

在前面的章节中讨论过两个力：所有物体之间的万有引力和导致简谐振动的谐振力（其大小与力和平衡点的距离成正比）。这两种力的性质有所区别，万有引力是基本的相互作用力，而谐振子的力则不是基本的相互作用，它是通过一些更基本的力来组成的。物理学很重要的一个任务就是找到基本的力，确认世界上存在哪些基本的相互作用。人们每天也在跟非基本的力打交道。在求解牛顿方程时，第一步一定要知道力是什么，不然就没有办法解。

基本的相互作用力有 4 种：万有引力、弱相互作用、强相互作用和电磁相互作用。本节将简单地介绍一下强相互作用和弱相互作用，但是最主要介绍电磁相互作用。

库仑定律

电磁相互作用起源于电荷，电荷有两种：正电荷和负电荷。库仑发现了一个定律，就是两个电荷之间存在相互作用，其形式和万有引力非常类似。曾经有人说库仑根本就没有测量得很精确，只是仿照万有引力猜测的相互作用形式。但如今已经证实他是正确的，并且是一个伟大的发现。

库仑定律的形式为：

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

其中 q_1, q_2 是两个电荷， r_{12} 是它们之间的距离， ϵ 称为真空介电常数。在高斯单位制里没有 $\frac{1}{4\pi\epsilon}$ 。后面一部分 $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ 是对应了相互作用的方向。这个形式和万有引力非常相似。对比万有引力可以把引力质量称为引力荷。与电磁相互作用不同，引力荷只有一种，而不是像电荷有正负之分。另外引力荷之间的力是相互吸引，而同性电荷之间是相互排斥，异性电荷之间为相互吸引。

原子模型

在卢瑟福的原子模型中，原子中心是一个带正电荷的原子核，还有一些带负电荷的电子在周围运动，这如同地球绕着太阳运动一样，原子核就是一个太阳，而电子在里面转动像地球或者是行星，标度虽然是大不相同的，但是运动形式非常类似，又称之为行星模式。

但这种模型是存在问题的。因为电子在做圆周运动的时候存在加速度。但是在经典电磁学中如果电荷有加速度，就会放射电磁波。因此电子在不断地放射电磁波，从而其能量就会越变越小，运动轨道半径也会越来越小。到最后电子会撞到原子核上，因此这样的原子是不稳定的。其实在地球绕太阳转动的过程中也会有类似的行为。由于圆周运动而放射引力波，带走轨道运动的动能。但是目前看来地球绕着太阳转了那么多年，并没有和撞到太阳上去。这是因为万有引力非常非常的微弱，地球绕日运动放射引力波的强度非常弱，轨道半径的减小非常的慢。但是在原子内部，这是一个大问题，因为电磁相互作用要比万有引力要强很多，所以很快就会撞上去。通过经典力学和电磁学计算，这样的原子塌缩的时间大约为 10^{-11}s 。这也说明了经典力学和经典电动力学在原子的尺度上是有问题的。为了解决这个问题，人们找到了量子力学。

原子间相互作用

原子是中性的，因为它里面的正负电荷刚好抵消了。如果有两个原子，由于这两个原子都是中性的，它们之间似乎应该没有相互作用力。事实并非如此，如果没有力，那么我们周围所有的东西都会散架，变成一个个原子在空间里飞来飞去。量子力学告诉我们两个原子虽然是中性的，但是它们有力。这个力可以算出来，称为 **van der wall's force**。其对应的势能形式如图。在远距离的时候，它是吸引力，其与距离

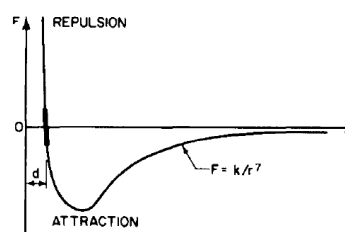


Fig. 12-2. The force between two atoms as a function of their distance of separation.

的关系正比于 $\frac{1}{r^7}$ ，当距离相近到一定的程度就开始变为排斥力。从图上可以看出到了最后排斥力几乎是无穷大，因此原子不能靠的非常近。范德瓦尔兹力是原子中电荷在相互影响下不均匀分布造成的。

化学键

原子间相互吸引这一点非常的重要，因为有它物质才可以成团。成团的方式不一样，这是化学要研究的问题。这个结合力可以分为以下几种。

金属键：主要在金属中存在。在金属中带正电的金属离子排列成晶格状，部分电子可以自由地在晶格间运动，就像气体似的，它们称为自由电子。自由电子与金属离子之间的静电吸引力称为金属键。金属键有金属的很多特性。例如一般

金属的熔点、沸点随金属键的强度而升高。其强弱通常与金属离子半径成逆相关，与金属内部自由电子密度成正相关。

离子键：离子键指带相反电荷离子之间的相互作用。比如食盐，氯原子的一个电子更倾向于跑到钠原子的电子轨道上去，从而形成带负电的氯离子和带正电的钠离子，它们之间的正负电荷的吸引使得它们结合在一起。

共价键：两个或多个原子共同使用它们的外层电子，在理想情况下达到电子饱和的状态，由此组成比较稳定的化学结构叫做共价键，或者说共价键是原子间通过共用电子对所形成的相互作用。比如金刚石。

这些形形色色力都不是最基本的，其本质都是电磁相互作用，是电磁相互作用在不同环境下所表现出来的形式。

原子和分子之间的力就决定了化学和化学反应。由于原子分子间的相互作用，原子和分子以不同的形式相互吸引成团，表现出来就成了化学反应。在原子尺度下这些相互作用的计算需要用到量子力学。类似的，对于这些力的研究对材料科学也非常重要。材料的结构、强度、在温度压力变化下的表现等等都与原子之间的相互作用力相关的。

宏观力

在日常生活中，人们会体验很多种不同的宏观力，如推力、拉力、摩擦力，抓握力、风力等等。这些力实际上都归结到原子间的相互作用力，最后都归结到库仑定理。然而，从第一性原理出发去研究这些力是非常困难的，现在由于计算机的发展人们在一定程度上可以用第一性原理进行计算。

摩擦力

当飞机在空中飞行的时候会感觉到空气阻力，当速度比较高的时候，通常这个力的表现形式为

$$F = -cv^2$$

而当速度比较低的时候表现为

$$F = -cv$$

这些力是物体运动时与空气摩擦所产生的阻力。从上式可以看到，速度越大，阻力越大。这也是将飞机速度提升很高很困难的原因之一。在比较高的高空中，由于空气稀薄，阻力也就相应变的小了，因此一般飞机常在高空飞行。

摩擦力也是分子之间的力。对于人类而言，摩擦力有好有坏。比如说我们能够行走，汽车可以开动，都是靠摩擦力。同时摩擦力确实也损耗了很多东西，比如摩擦力会使机器寿命变短、需要一定的能量才能抵消摩擦力带来的负面结果等等。

对于一般两物体相互接触时产生的摩擦力，其方向与运动方向相反，其大小通常表现为以下形式

$$F = \mu N$$

其中 μ 是摩擦系数， N 为垂直于接触面方向上的压力。在物体间无相互运动时也会有摩擦力，其大小与其他合外力相同，方向相反。上式也给出了最大的静摩擦力的大小，但是需要注意的时候，静摩擦系数和动摩擦系数大小不同，通常前者更大。

强相互作用

在原子核中，带正电的质子处于 $10^{-15}m$ 的微小范围内，其静电斥力是非常大的。那么原子核为什么能形成呢？汤川秀树提出原子核内、核子之间存在着一种粒子，就像光子一样在它们之间飞来飞去，从而形成了一种相互作用，称之为强相互作用。强相互作用紧紧地把质子和中子结合在一起，形成原子核。在二十世纪的70年代，人们发现有一种东西叫做颜色力。颜色之间的相互作用就是强相互作用力的源泉。颜色力和库仑力也非常的相似。但是它的荷不是电荷，而是颜色荷，相应的物理学科叫量子色动力学。但是解这个力非常的困难，现在没有办法进行解析求解，只能用大型计算机进行模拟。

弱相互作用

古代炼金术希望把石头变成金子，但是没有做到。从物理角度看，这是想让一种元素变成另一种元素，或者说让原子核发生改变。炼金士没有做到这点是因为他们利用的都是化学反应。在化学反应中只能改变原子外面的电子的一些性质，但是它不会改变原子核。

人们发现在贝塔衰变过程中出现了这样的转变。造成这种转变的原因是弱相互作用。弱相互作用可以使质子变成中子，中子变成质子，也就是说质子和中子之间可以互相转化。由此不同的原子核之间就可以转换。

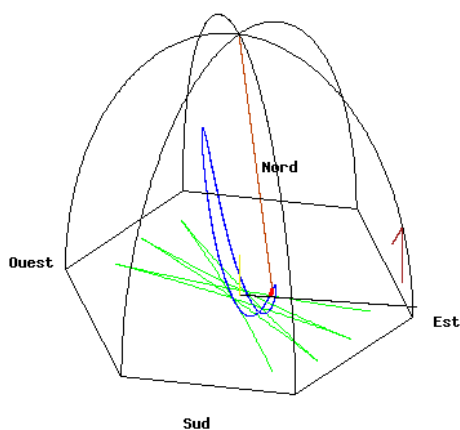
太阳在不停的燃烧，太阳在一开始的时候全是质子，太阳在燃烧的第一步就

是把质子变成中子，所以太阳的燃烧跟弱相互作用很有关系，没有弱相互作用，太阳就烧不起来了。太阳燃烧就是一种弱相互作用，也正是因为它的作用很弱，太阳燃烧才非常的缓慢。弱相互作用的基本理论是在 1967 年提出来的。在过去的 40 多年当中，这个基本理论都受到了很多物理学家的实验验证。所以这个理论在 1979 年得到诺贝尔奖。这个理论的非常重要的一个结论是，弱相互作用和电磁相互作用来源相同。弱相互作用也给予电子质量，这一点也是说明弱相互作用和电磁相互作用之间有关系的一个重要原因。

惯性力

所有的物理定理，在惯性系下都是一样的。不管你在哪一个惯性参照系里面观察物理规律，得出来的结果都是一样的。如果选择非惯性系的话，牛顿方程就需要修改。即把这个非惯性系的一些性质加入到这个方程当中去。其结果是要加入一个非物理的额外的力，称为惯性力。惯性力不同于其他相互作用力，它没有施力者，是由于参照系选择而导致的等效力。

有些事我们真的很难避免，比如说能否选到一个合适的惯性系去处理问题。处在这个地球上我们起初以为地球是一个惯性系，后来发现不是，因为地球在转动。在很多情况下地球可以近似为一个很好的惯性系。但是在处理某些问题的时候，则必须要考虑到地球不是一个惯性系。一个著名的演示地球自转的例子叫做傅科摆。由于地球在转动，因此当一个单摆在摆动的时候，会发现单摆转动的平面在不断的转动。在惯性系当中单摆的摆面不会发生转动。但是在一个转动的非惯性系当中，会有有一个水平方向的惯性力，于是会发现它 24 个小时会转一圈。



Lecture 12: Newton's third law and momentum conservation

课前预读:

《费曼物理学讲义》I : Chpt. 10

《新概念物理教程：力学》：第二章第 2、3 节

牛顿第三定律是关于力的特性的定律。在牛顿时代所知道的基本相互作用只有万有引力。它有这样的特性

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

其中 \vec{F}_{12} 是物体 2 作用在物体 1 上的力，而 \vec{F}_{21} 是物体 1 作用到物体 2 上的力。两个力大小相等，方向相反。这对万有引力是成立的，那么是不是对所有的力都成立呢？对于宏观力这似乎是对的。当你去推一个桌子的时候，你给桌子施加了一个力，同时桌子也给你的手一个力。两个力大小相同、方向相反，作用在不同物体上。我们又把这称为作用力与反作用力。人们发现对于电磁相互作用和强弱相互作用这也是对的。这一规则存在的根本原因是动量守恒，也是物理时空的一种特性。之前讨论过能量守恒，动量守恒是第二个被发现的守恒定律。这些守恒定律，最终都归结到时间和空间的特性，它和一个具体的物理系统没有关系。从对称性的角度说动量守恒实际上是空间的坐标平移不变性。这是一个非常普适的原理。

动量守恒

动量定义为质点质量和速度的乘积，它是一个矢量

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

当质点不受力时，牛顿方程可以写为

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

因此动量不随时间而改变。这也是惯性定律所表述的状态。

当考虑两个质点的时候，就有了新的东西。假设有两个质点，它们之间有相互作用力，把各自的牛顿方程写出来。

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{12}, \quad \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{21}$$

然后把两个方程加起来，考虑到牛顿第三定律，可以得到

$$\frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

因此不管这两个质点之间的相互作用力是什么关系，两个动量加起来是不随时间变化的！

质心系

在处理任何物理问题的时候都要定义一个参照系。当有 2 个，3 个甚至 4 个以上的粒子的时候，经常会使用的一个参照系叫做**质心系**。这是一个特殊的参照系。有了总动量的概念就可以定义质心系。能量守恒和动量守恒是一个普适的规律，在很多时候解方程是非常困难的，但是我们知道了这个规律以后，可以不用去解方程，就可以做出很多的结论。

一个多质点体系的总动量为

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$$

如果在某个参照系中 $\vec{P} = 0$ ，那么这个参照系为质心系。由于在质心系中总动量始终为零，因此在这个参照系中总动量是守恒的。

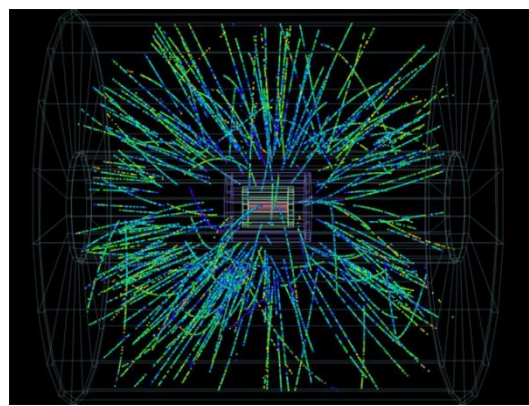
我们会经常考虑两个粒子的**碰撞或散射**。比如，篮球飞过来人去接，但是没有抓住，篮球飞出去了，这就是一个碰撞的过程。5 个手指抓篮球的力不一样，篮球制造的材质厂家不一样，弹性也不一样，要分析这些力就非常的复杂。但是不管这里的力有多复杂，有一个规律就是动量守恒。也就是说你的动量，加上篮球的动量，在碰撞前后加起来是相等的。

对于两个质点的碰撞，动量守恒意味着在碰撞前后质点的动量满足

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

\vec{p}_1, \vec{p}_2 为碰撞前两质点的动量， \vec{p}'_1, \vec{p}'_2 为碰撞后两质点的动量。

如果取个某个坐标系。刚开始竖直方向没有动量，但是碰撞之后每个粒子在竖直方向就可能产生了动量，但这个方向上的



动量分量要加起来等于 0。这一点在**加速器**里面非常重要。在加速器中将基本粒子束加速到很高的速度后碰撞在一起，之后会有成千上万个粒子从里面飞了出来。在粒子束横向的方向，把所有的粒子的动量加起来应该等于 0。（右图为 LHC 中探测到粒子束碰撞情况。）如果发现横向动量不为零，就说明在探测的过程中很可能遗漏了些什么？由此出发可能会有新的科学发现。

牛顿第三定律和动量守恒似乎是等价的。数学家诺特提出：守恒定律是跟对称性是有关的，每个连续对称性都有相应的守恒定律，反之亦然。因此动量守恒定律就和一个对称性联系在一起，这个对称性为**时空平移不变性**。也就是说物理的规律，不会因为在不同的空间而产生不同的结果。而能量守恒是和**时间平移不变性**有关的。这意味着在不同的时间看到的物理规律是一样的。比如四百年前的伽利略当时做了一个实验，我们今天重复伽利略的实验，就应该得出和伽利略相等的实验结果。

利用动量守恒就可以计算一些物理过程。例如一个质量为 m 的物体以速度 v 碰撞到另一个静止的质量为 m 的物体后粘合在一起运动。碰撞前总动量为 mv ，由动量守恒得知碰撞后总动量不变，而质量变成 $2m$ 。因此碰撞后的速度为 $\frac{v}{2}$ ，方向保持不变。实际上在此过程中粘合的物理过程是很复杂的，同时由于粘合而导致动能转变成热。利用动量守恒，这些复杂的过程都不需要考虑。在这个过程中的能量损失为

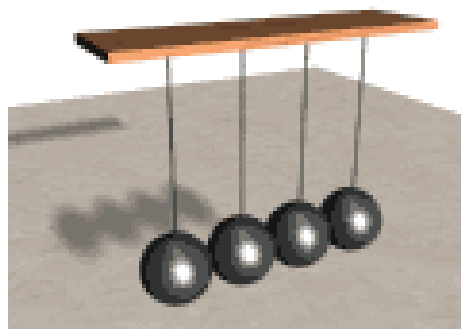
$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}mv^2$$

弹性碰撞

前面举例的情况称为**完全非弹性碰撞**，两个物体碰撞后黏在一起所造成的能量损失是最大的。相应的，在碰撞前后无能量损失的情况被称为**弹性碰撞**。这里的能量损失是指动能的损失。从质心系来看，两个粒子以速度 \vec{v}_1 ， \vec{v}_2 入射发生弹性碰撞，碰撞后的速度 \vec{v}'_1 ， \vec{v}'_2 应满足

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 = 0$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$



容易发现要满足这两个方程,从质心系的角度看粒子碰撞后的速度大小不发生改变,仅改变了其方向。牛顿摆就是这样的一个例子。

火箭

在火箭的运动中要克服地球的引力,同时也要满足动量守恒。设在 dt 时间间隔中,以速度 u 喷射出的燃料,其质量为 dm ,火箭的质量为 m ,则在不考虑地球引力的情况下,其速度的增长 dv 满足动量守恒方程

$$mdv = dm u$$

因此

$$dv = u \frac{dm}{m} = u d(\ln m)$$

则当火箭质量从 m_0 变为 m_1 时,其速度增长为

$$\Delta v = u \ln \frac{m_0}{m_1}$$

该方程被称为 Tsiolkovsky 火箭方程。从上式可以看出,要想让这火箭运行得很快,除了要燃烧很多的燃料以外,还要让它喷出的燃料的速度相当快。燃料喷出的速度有人在 30 年代提出了一个办法:离子加速。在火箭的后面做一个很长很长的电场,把原子电离为离子。离子就带有电荷,电荷在电场里面可以加速,从而产生强大的推动力。